

ALGEBRA LINIOWA I GEOMETRIA

LISTA ZADAŃ 1

Z jednej strony na liczby zespolone możemy spojrzeć jak na moduł/przestrzeń wektorową nad $\mathbb{R}$ zdefiniowaną jako $\mathbb{R}[i]$ gdzie $i^2 = -1$. Wówczas w trakcie obliczeń posługujemy się częścią rzeczywistą oraz urojoną.

- (1) Wyznacz część rzeczywistą oraz urojoną podanych liczb: $i, 1+i, \sqrt{3}+2i, 3+4i, 3-4i$.
- (2) Napisz sprzężenie do następujących liczb: $i, 1+i, \sqrt{3}+2i, 3+4i, 3-4i$.
- (3) wykonaj działania w apostrofach na parach wypisanych liczb
'+' 2 oraz $1+2i, 1+i$ oraz $1-i, 2-5i$ oraz $-3+4i$.
'-' 2 oraz $1+2i, 1+i$ oraz $1-i, 2-5i$ oraz $-3+4i$.
'.' 2 oraz $1+2i, 1+i$ oraz $1-i, 2-5i$ oraz $-3+4i$.
'/' 2 oraz $1+2i, 1+i$ oraz $1-i, 2-5i$ oraz $-3+4i$.
- (4) Czy dzielenie przez niezerową liczbę zespoloną jest dobrze zdefiniowane?
- (5) Oblicz następujące liczby: $i^5, (-1+i\sqrt{3})^3, (i+1)^2$.

Z drugiej strony możemy traktować liczby zespolone jak wektory w przestrzeni $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ gdzie iloczyn wektorów definiujemy jako wektor którego promień wodzący jest iloczynem promieni wodzących wyjściowych liczb, a jego kąt nachylenia równa się sumie kątów nachylenia. Wówczas wygodniej jest zapisywać liczbę jako argument i promień. Takie podejście jest efektywne szczególnie przy podnoszeniu liczb zespolonych do wysokich potęg.

- (6) Znajdź argument oraz promień wodzący/moduł liczb: $i, (-1+i\sqrt{3}), (i+1)$.
- (7) Uprość następujące liczby: $i^5, (-1+i\sqrt{3})^6, (1+i)^{20}$.

Testy na KhanAcademy:

- Część rzeczywista i urojona.
- Typy liczb zespolonych.
- Dodawanie i odejmowanie
- Dodawanie i odejmowanie metodą graficzną
- Mnożenie w którym jeden ze składników jest liczbą rzeczywistą lub urojoną
- Mnożenie