

ALGEBRA LINIOWA I GEOMETRIA

LISTA ZADAŃ 3

Podstawowe działania na macierzach: dodawanie, odejmowanie, mnożenie przez skalar, mnożenie przez macierz, transponowanie macierzy oraz Sprzężenie Hermitowskie.

- (1) Oblicz sumę $A + B$ i różnicę $A - B$
- (2) Mnożenie przez skalar: λA
- (3) Mnożenie przez macierz: $A * B$
- (4) Oblicz macierz transponowaną: A^T
- (5) Oblicz Hermitowskie sprzężenie macierzy $A + iB$: $(A + iB)^* := \overline{(A + iB)}^T = A^T - iB^T$, gdzie i oznacza jednostkę urojoną

LISTA ZADAŃ 4

Możemy wyróżnić następujące operacje elementarne na wierszach:

- dodawanie do wiersza macierzy inny wiersz pomnożony przez liczbę,
- zamianę dwóch wierszy miejscami,
- pomnożenie wiersza przez liczbę różną od zera

Analogicznie definiujemy operacje elementarne na kolumnach

- (1) Zapisz przykładowe operacje elementarne za pomocą macierzy z $M_{3,3}(\mathbb{C})$ jako lewo i prawostronne mnożenie na macierzach.
- (2) Rozłóż macierz trójkątną U na iloczyn macierzy elementarnych
- (3) Użyj powyższych rozkładów aby obliczyć U^{-1}
- (4) Rozszerz powyższy algorytm na macierze trójkątne które mają różne wartości na przekątnej. Następnie oblicz V^{-1}

Implementacje operacji na macierzach (iteracja, scipy).

- (5) Implementacja za pomocą pętli oraz iloczynu skalarnego
- (6) Implementacja za pomocą modułu scipy/numpy

LISTA ZADAŃ 5

Linki oraz odwracanie macierzy.

- Postać zredukowana (8/18) za pomocą eliminacji Gaussa
 - Rząd macierzy,
 - Twierdzenie Kroneckera-Capellego,
 - Odwracanie macierzy za pomocą operacji elementarnych: korzystając z macierzowych postaci operacji elementarnych działamy na parze macierzy (A, I) tak aby otrzymać parę $(I, *)$ wówczas $*$ = A^{-1} .
- (1) Zapisz algorytm eliminacji Gaussa za pomocą operacji elementarnych.
 - (2) Znaleźć postać zredukowaną macierzy A oraz B .
 - (3) Wyznaczyć rząd macierzy A oraz B
 - (4) Wyznaczyć macierze odwrotne do macierzy A o ile jest to możliwe

Podpunkt	A	B	λ	U	V
$a)$	$\begin{bmatrix} 4 & 1 & 5 \\ 1 & 2 & 4 \\ 5 & 0 & 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4 & 3 & 0 \\ 0 & 3 & 4 \\ 4 & 2 & 3 \end{bmatrix}$	2	$\begin{bmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \\ 4 & 4 & 1 \end{bmatrix}$
$b)$	$\begin{bmatrix} 1 & 5 & 0 \\ 3 & 4 & 5 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 \\ 4 & 0 & 5 \end{bmatrix}$	-5	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 0 \\ 0 & 4 & 2 \end{bmatrix}$
$c)$	$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 5 \\ 4 & 4 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 4 & 2 & 4 \\ 4 & 1 & 4 \end{bmatrix}$	7	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 4 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 3 \end{bmatrix}$
$d)$	$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 1 & 1 & 4 \\ 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5 & 3 & 3 \\ 3 & 4 & 0 \\ 1 & 5 & 3 \end{bmatrix}$	-5	$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 5 & 5 & 0 \\ 5 & 5 & 1 \end{bmatrix}$
$e)$	$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5 & 3 & 5 \\ 5 & 0 & 1 \\ 3 & 3 & 2 \end{bmatrix}$	0	$\begin{bmatrix} 1 & 5 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 4 & 1 \end{bmatrix}$
$f)$	$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & 1 \\ 2 & 5 & 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \\ 5 & 3 & 0 \end{bmatrix}$	1	$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ 4 & 2 & 2 \end{bmatrix}$